

## Esercizi - Numeri complessi

**Esercizio 1.** Determinare parte reale, parte immaginaria, coniugato, modulo e argomento dei seguenti numeri complessi:

1.  $z = \frac{2 - i}{3 + i}$

2.  $z = \frac{5i - 1}{2 + 3i}$

3.  $z = (1 - i)^4$

4.  $z = \frac{(1 - i)(2 + i)}{3 + i}$

5.  $z = \frac{(1 - i)(1 + i)^5}{1 + \sqrt{3}i}$

**Esercizio 2.** Risolvere le seguenti equazioni di variabile complessa:

1.  $z^2 - i\sqrt{3} + 1 = 0$

2.  $z^3 - 2(1 + i)^4 = 0$

3.  $z^2 + z + 1 = 0$

4.  $z^2 - 2iz - 1 - 2i = 0$

5.  $z^4 - (\sqrt{3} + i)^4 = 0$

## Simulazione quesiti di esame

**Esercizio 3.** Si consideri il numero complesso  $z = \frac{5 + 3i}{4 - i}$ .

1. Scrivere la forma algebrica di  $z$ .
2. Calcolare  $z^9$ .

**Esercizio 4.** Si consideri il numero complesso  $z = \frac{10\sqrt{3} + 2i}{\sqrt{3} + 4i}$ .

1. Scrivere la forma algebrica di  $z$ .
2. Si scrivano in forma algebrica le radici quadrate di  $z$ .

**Esercizio 5.** Si consideri il numero complesso  $z = \frac{4 + 2i}{i - 3}$ .

1. Si scriva la forma trigonometrica di  $z$ .
2. Si scrivano in forma esponenziale le radici cubiche di  $z$ .

**Esercizio 6.** Si consideri il numero complesso  $z = \frac{8i - 1}{2i + 3}$ .

1. Determinare la parte reale e la parte immaginaria di  $z$ .
2. Si scrivano in forma esponenziale le radici quinte di  $z$ .

## Risultati degli esercizi

### Esercizio 1

1.  $\operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}$ ,  $\operatorname{Im}(z) = -\frac{1}{2}$ ,  $\bar{z} = \frac{1}{2} + \frac{i}{2}$ ,  $|z| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\arg z = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$  con  $k \in \mathbb{Z}$ .
2.  $\operatorname{Re}(z) = 1$ ,  $\operatorname{Im}(z) = 1$ ,  $\bar{z} = 1 - i$ ,  $|z| = \sqrt{2}$ ,  $\arg z = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  con  $k \in \mathbb{Z}$ .
3.  $\operatorname{Re}(z) = -4$ ,  $\operatorname{Im}(z) = 0$ ,  $\bar{z} = -4$ ,  $|z| = 4$ ,  $\arg z = \pi + 2k\pi$  con  $k \in \mathbb{Z}$ .
4.  $\operatorname{Re}(z) = \frac{4}{5}$ ,  $\operatorname{Im}(z) = -\frac{3}{5}$ ,  $\bar{z} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ ,  $|z| = 1$ ,  $\arg z = -\arctan \frac{3}{4} + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .
5.  $\operatorname{Re}(z) = -2$ ,  $\operatorname{Im}(z) = 2\sqrt{3}$ ,  $\bar{z} = -2 - 2\sqrt{3}i$ ,  $|z| = 4$ ,  $\arg z = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

### Esercizio 2

1.  $z = \frac{1}{\sqrt{2}} + i\sqrt{\frac{3}{2}}$   $\vee$   $z = -\frac{1}{\sqrt{2}} - i\sqrt{\frac{3}{2}}$
2.  $z = -2$   $\vee$   $z = 1 + i\sqrt{3}$   $\vee$   $z = 1 - i\sqrt{3}$
3.  $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$   $\vee$   $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
4.  $z = -1$   $\vee$   $z = 1 + 2i$
5.  $z = \sqrt{3} + i$   $\vee$   $z = -\sqrt{3} - i$   $\vee$   $z = 1 - i\sqrt{3}$   $\vee$   $z = -1 + i\sqrt{3}$

### Esercizio 3

1.  $z = 1 + i$
2.  $z^9 = 16 + 16i$

### Esercizio 4

1.  $z = 2 - 2i\sqrt{3}$
2. Radici quadrate:  $-\sqrt{3} + i$ ,  $\sqrt{3} - i$

### Esercizio 5

1.  $z = -1 - i$
2. Radici cubiche:  $\sqrt[6]{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$ ,  $\sqrt[6]{2}e^{i\frac{13\pi}{12}}$ ,  $\sqrt[6]{2}e^{i\frac{7\pi}{4}}$

### Esercizio 6

1.  $\operatorname{Re}(z) = 1$ ,  $\operatorname{Im}(z) = 2$
2. Radici quinte:  $\sqrt[10]{5}e^{i\left(\frac{\arctan 2}{5} + \frac{2k\pi}{5}\right)}$  con  $k = 0, 1, 2, 3, 4$ .